

問題番号	解答番号	模範解答	
問題1	1	ア	7
		イ	1
		ウ	2
	[1](2)	エ	—
		オ	2
		カ	3
	[2](1)	キ	—
		ク	1
		ケ	2
		コ	3
	2	サ	4
		シ	1
	[2](3)	ス	4
		セ	0
		ソ	1
問題2	1	タ	4
		ア	1
		イ	6
	[1](2)	ウ	1
		エ	1
		オ	3
	[2](1)	カ	0
		キ	3
		ク	6
		ケ	5
	2	コ	8
		サ	1
	[2](3)	シ	1
		ス	9
		セ	4
ソ		1	
タ		1	
チ		4	
問題3	1	ツ	4
		ア	3
		イ	3
		ウ	3
	[1](2)	エ	1
		オ	1
		カ	1
		キ	0
	[1](3)	ク	1
		ケ	0
		コ	—
		サ	2
		シ	—
		ス	1
		セ	—
ソ		2	
タ	5		
[1](4)	チ	1	
	ツ	1	
	テ	5	
[1](5)	ト	8	
	ナ	0	
	ニ	4	
問題4	ヌ	2	
	ネ	2	
	ノ	1	

記述解答

問題4

「 $n^3 + 5n$ が3の倍数である」ことを(A)とし、また $P(n) = n^3 + 5n$ とおく。

(1) $n = 1$ のとき

$$P(1) = 1^3 + 5 \times 1 = 6 = 3 \times 2$$

2は自然数より、 $P(1)$ は3の倍数である。

($n = 1$ のとき $n^3 + 5n = 1^3 + 5 \times 1 = 6$ は3の倍数である)・・・①

(2) $n = k$ のとき、(A)が成立すると仮定する。・・・(ア)

すなわち、 $P(k) = k^3 + 5k = 3m$ 、ただし m は自然数・・・②

$n = k + 1$ のとき、

$$P(k+1) = (k+1)^3 + 5(k+1) = (k^3 + 3k^2 + 3k + 1) + 5(k+1)$$

$$= (k^3 + 5k) + (3k^2 + 3k) + (1 + 5)$$

$$= 3m + (3k^2 + 3k) + 6 \quad (\text{②より})$$

$$= 3(m + k^2 + k + 2)$$

ここで、 $m + k^2 + k + 2$ は自然数より、 $P(k+1)$ は3の倍数である。

(1)(2)より、数学的帰納法によりすべての自然数 n について、 $n^3 + 5n$ が3の倍数であるこ

とが証明された。